



JOHDATUS TEKOÄLYYN

TEEMU ROOS



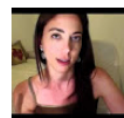
HELSINGIN YLIOPISTO

How has Bayes' Rule
changed the way I think?

My beliefs are grayscale
- and my confidence
in them changes as I
learn new things.



Bayes: How one equation changed the way I think



Julia Galef

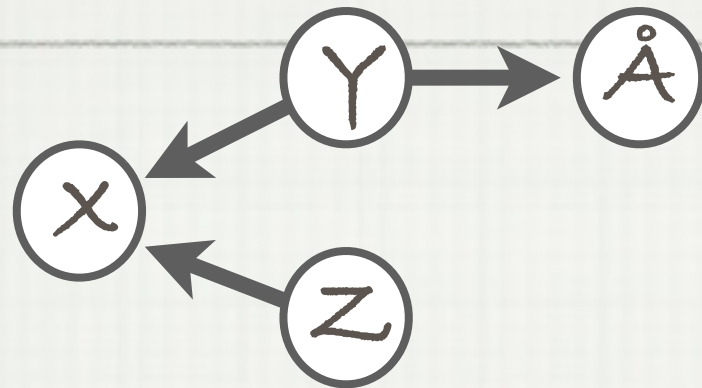
 **Subscribe** 3,994

31,737

 Download  Add to  Share  More

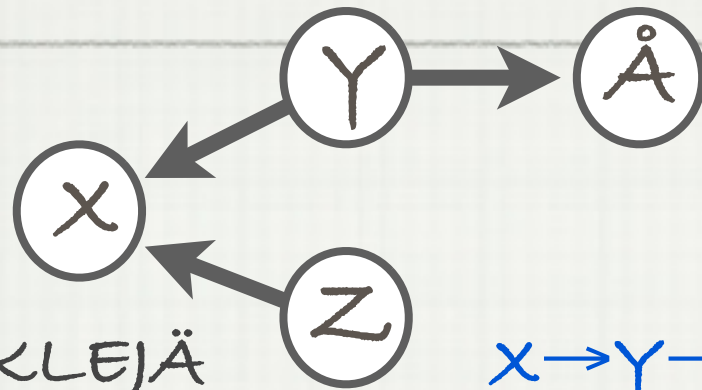
 480  16

BAYES-VERKOT



- * BAYES-VERKKO ON TODENNÄKÖISYYSMALLIN ESITYS
- * VERKON SOLMUT OVAT SATUNNAISMUUTTUJIA (ESIM. NOPAN SILMÄLUKU)
- * VERKON KAARET ("NUOLET") VASTAAVAT SUORIA RIIPPUUKSIA: EI KAARTA \Leftrightarrow EHDOLLINEN RIIPPUMATTOMUUS (TARKKA SELITYS TODENNÄKÖISYYSMALLINNUS-KURSSILLA)
- * KAARIIN LIITTYY EHDOLLISET TODENNÄKÖISYYDET $P(S=s \mid \text{VANHEMMAT}_S=...)$ ESIM. $\text{VANHEMMAT}_X = \{Y, Z\}$

BAYES-VERKOT



* EI SYKLEJÄ $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$

* YHTEISTODENNÄKÖISYYDET SAADAAN LASKEMALLA

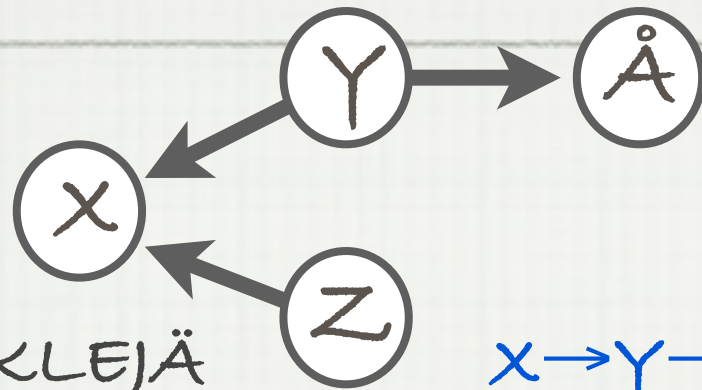
$$P(x, y, z, \text{Å}) = P(y) \times P(z) \times P(x \mid y, z) \times P(\text{Å} \mid y)$$

* VERTAA KETJUSÄÄNTÖÖN:

VANHEMMAT_x

$$P(x, y, z, \text{Å}) = P(y) \times P(z \mid y) \times P(x \mid y, z) \times P(\text{Å} \mid x, y, z)$$

BAYES-VERKOT



* EI SYKLEJÄ $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$

* YHTEISTODENNÄKÖISYYDET SAADAAN LASKEMALLA

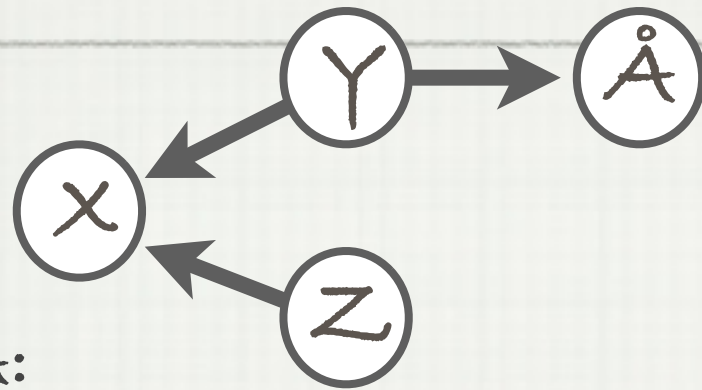
$$P(x, y, z, \text{Å}) = P(y) \times P(z) \times P(x \mid y, z) \times P(\text{Å} \mid y)$$

* VERTAA KETJUSÄÄNTÖÖN:

"EHDOLLINEN RIIPPUMATTOMUUS"

$$P(x, y, z, \text{Å}) = P(y) \times P(z \mid y) \times P(x \mid y, z) \times P(\text{Å} \mid x, y, z)$$

BAYES-VERKOT



* ETUJA:

- * - EHDOLLISET JAKAUMAT HELPOMPI MÄÄRITELLÄ, KOSKA VÄHEMMÄN MÄÄRITELTÄVÄÄ
- NOPEUTTAA MYÖS PÄÄTTELYÄ

* VERTAA KETJUSÄÄNTÖÖN:

"EHDOLLINEN RIIPPUMATTOMUUS"

$$P(x, y, z, \text{Å}) = P(y) \times P(z \mid y) \times P(x \mid y, z) \times P(\text{Å} \mid x, y, z)$$

BAYES-VERKOT



BAYES-VERKOT

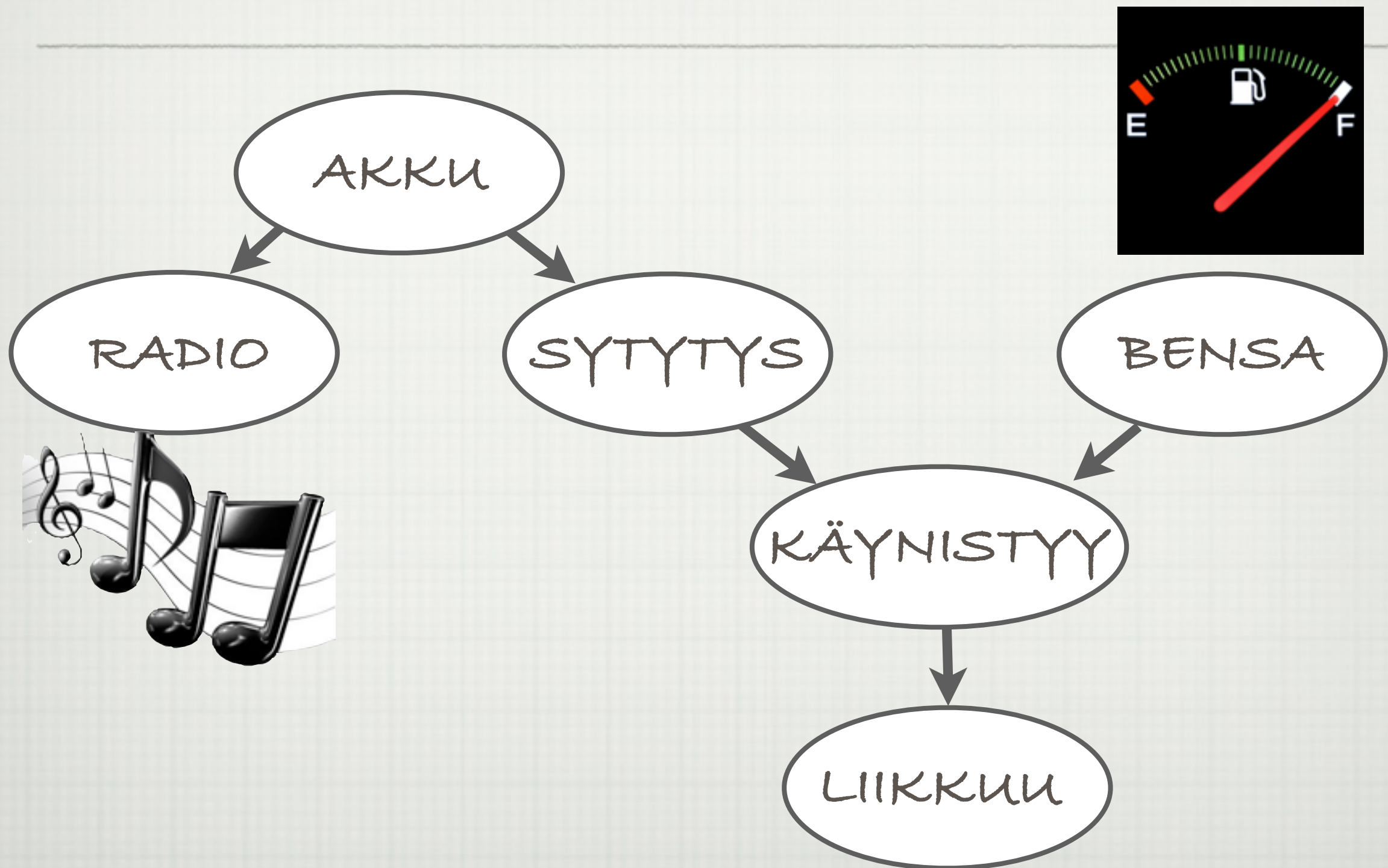


BAYES-VERKOT

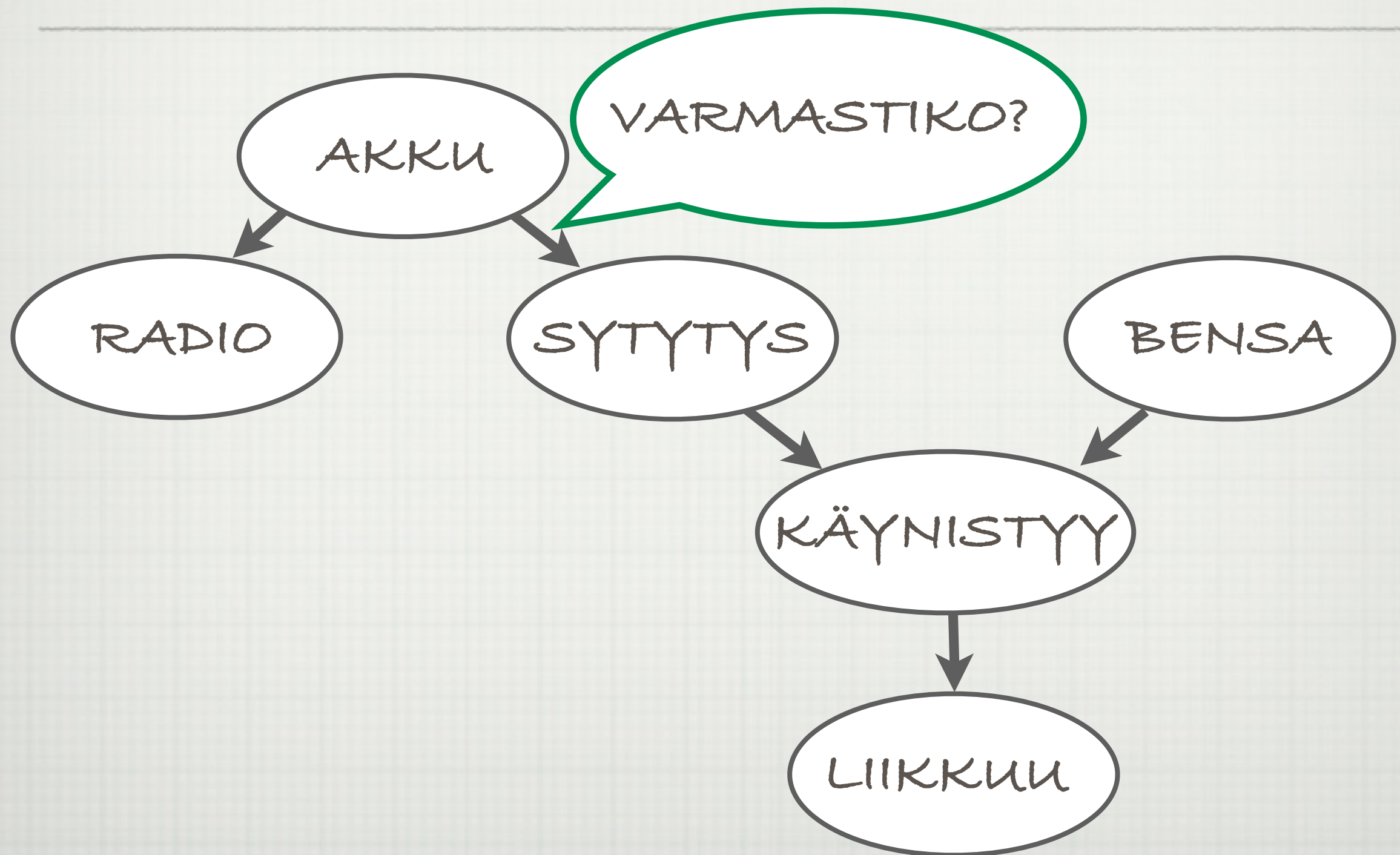
- * JOS AKKU ON TYHJÄ, RADIO EI SOI EIKÄ SYTYTYS TOIMI.
- * JOS SYTYTYS EI TOIMI, AUTO EI KÄYNNISTY.
- * JOS BENSATANKKI ON TYHJÄ, AUTO EI KÄYNNISTY.
- * JOS AUTO EI KÄYNNISTY, AUTO EI LIIKU.

- * AUTO EI KÄYNNISTY: MISSÄ VIKA? $P(\text{TILA} | \text{HAVAINNOT})?$
- * SOIKO RADIO? ONKO BENSAA? $\leftarrow \text{HAVAINNOT}$

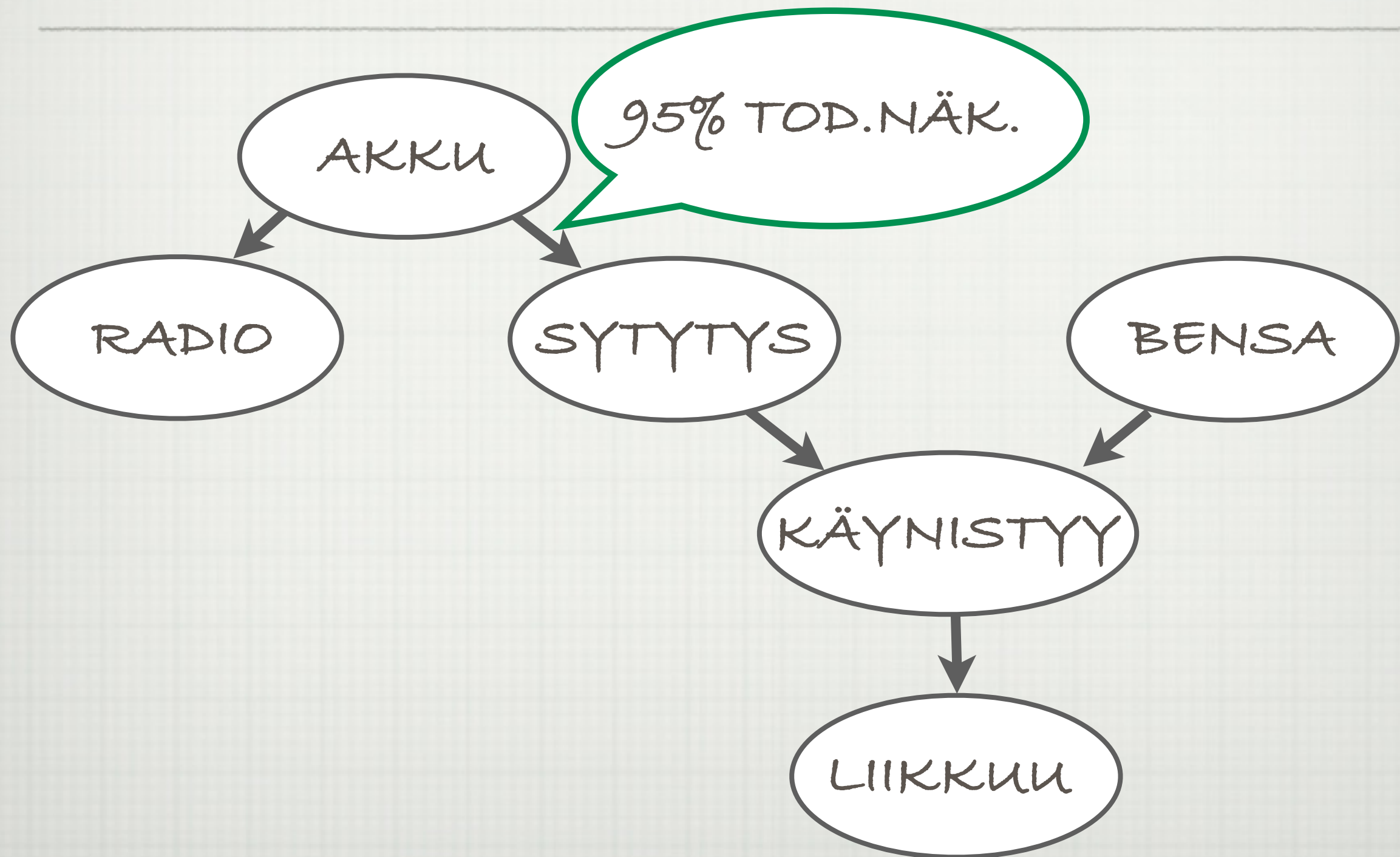
BAYES-VERKOT



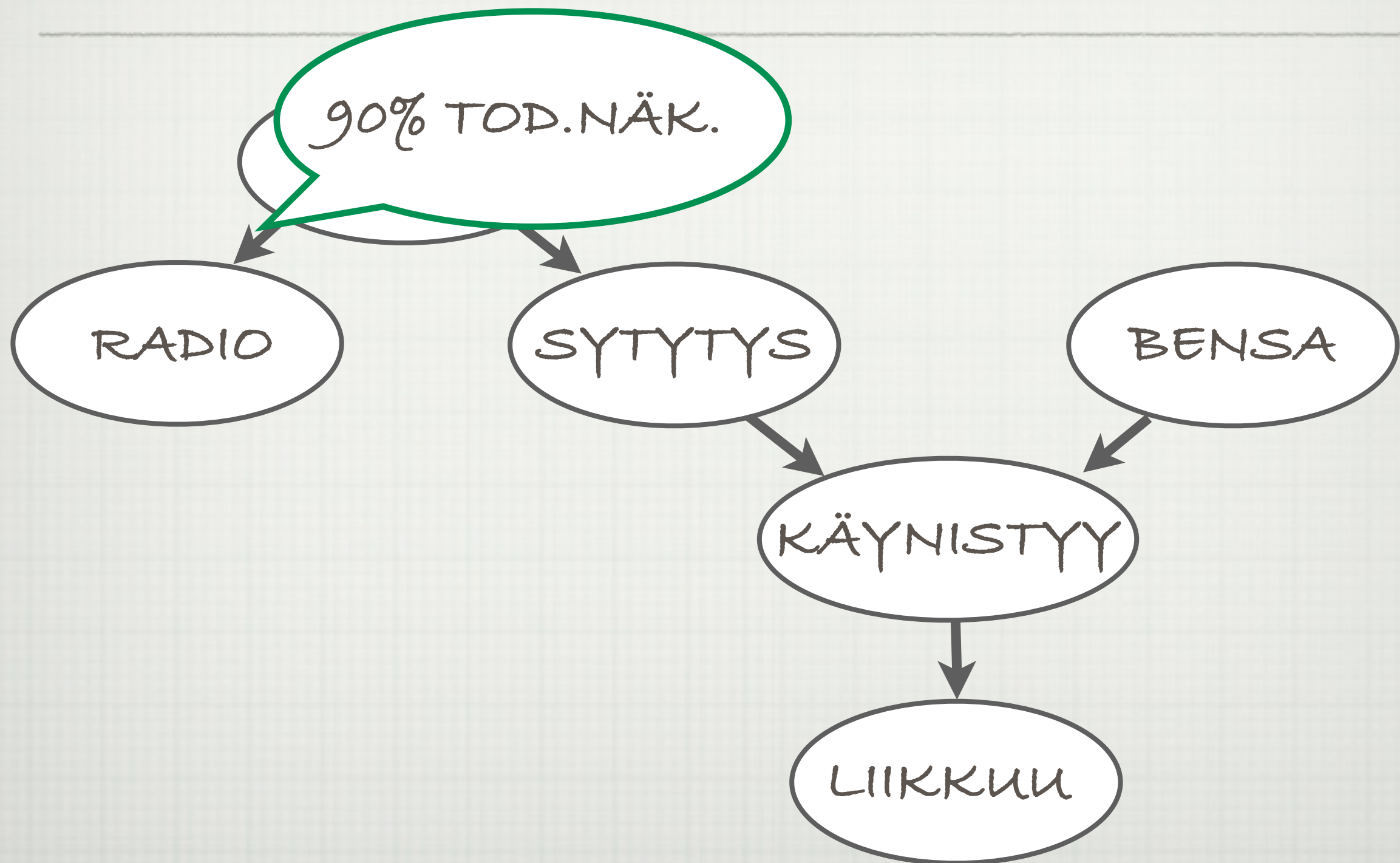
BAYES-VERKOT



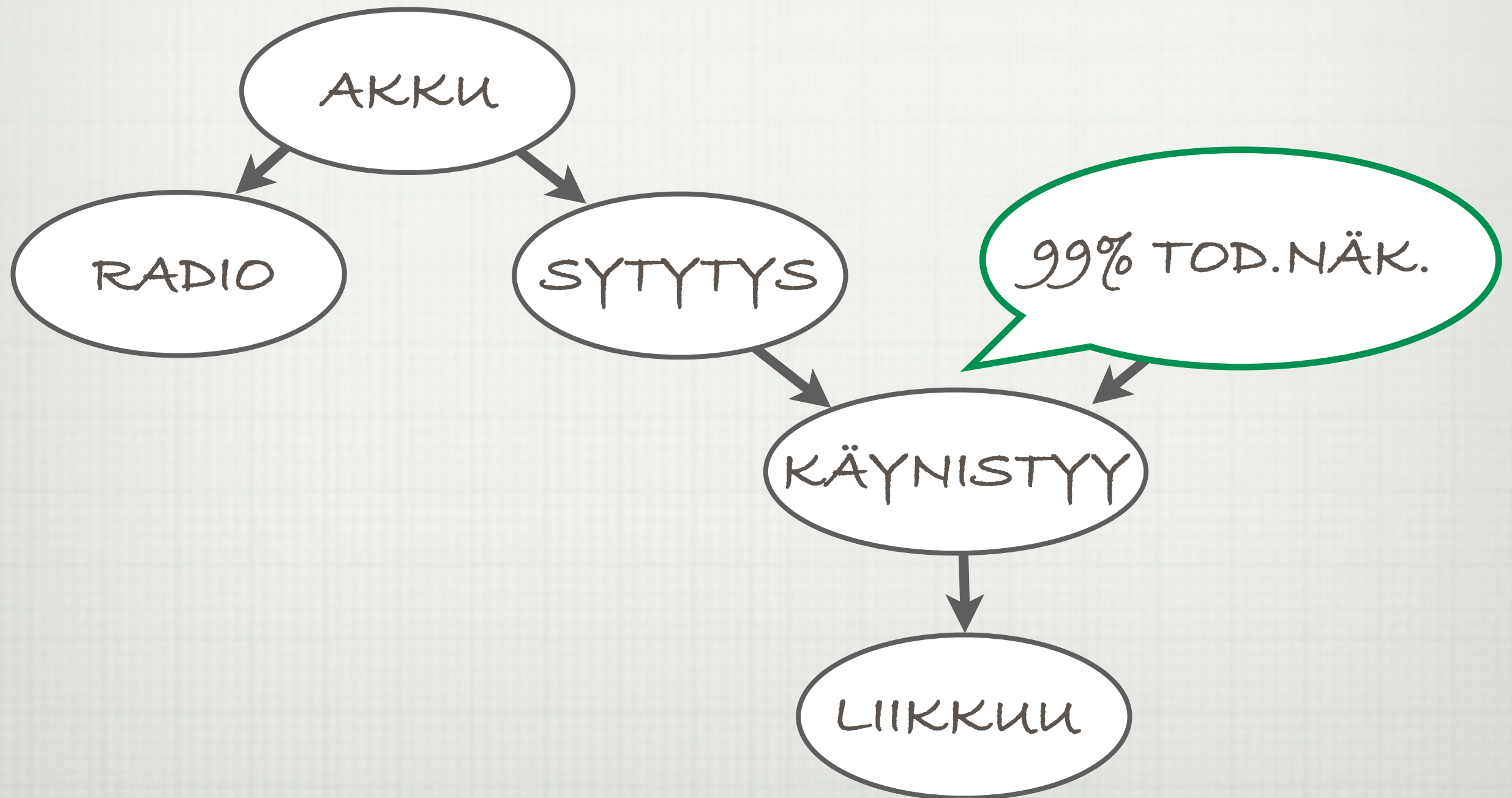
BAYES-VERKOT



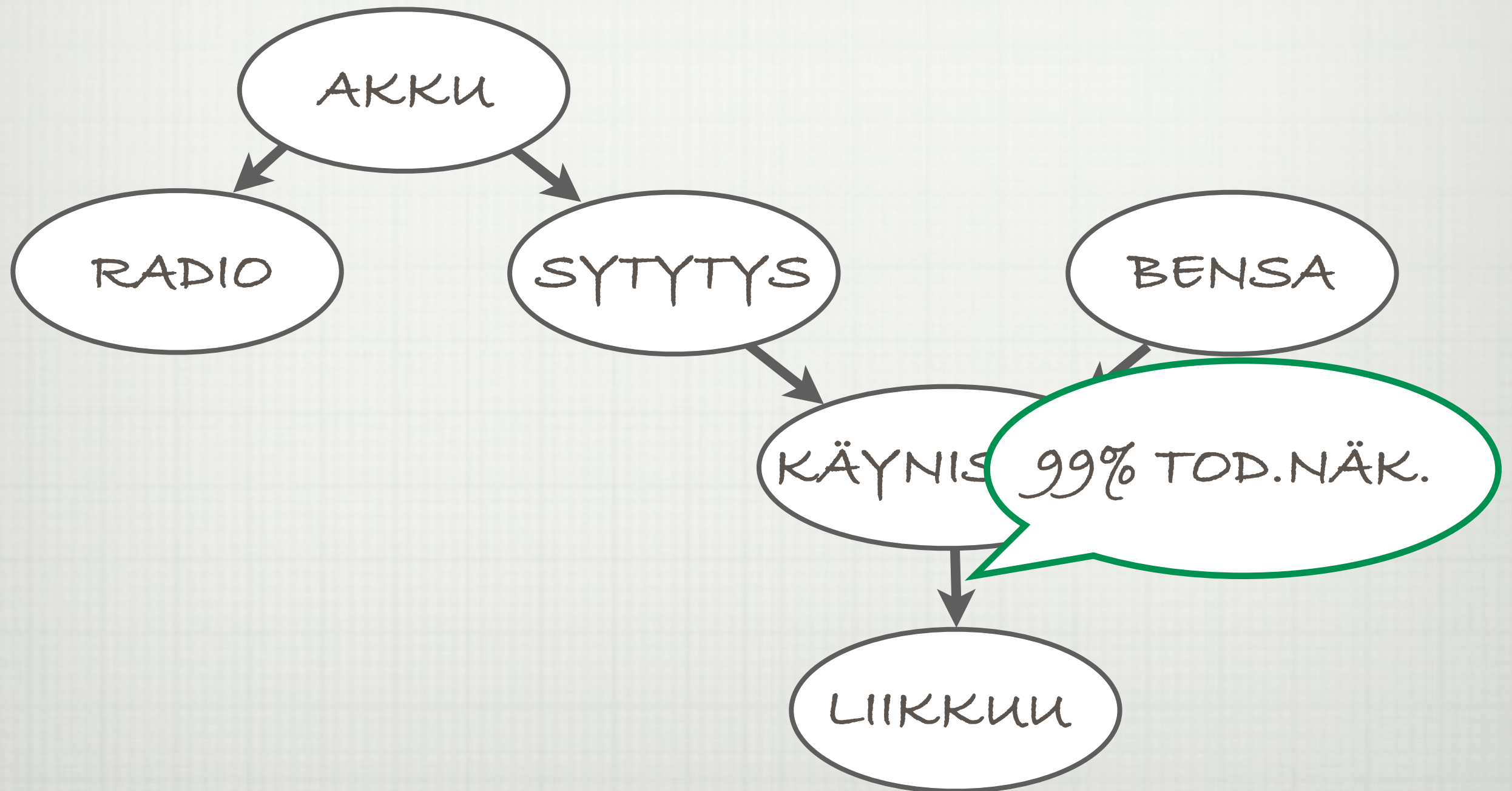
BAYES-VERKOT



BAYES-VERKOT



BAYES-VERKOT



PROTOT

90% TOD.NÄK.

AKKU

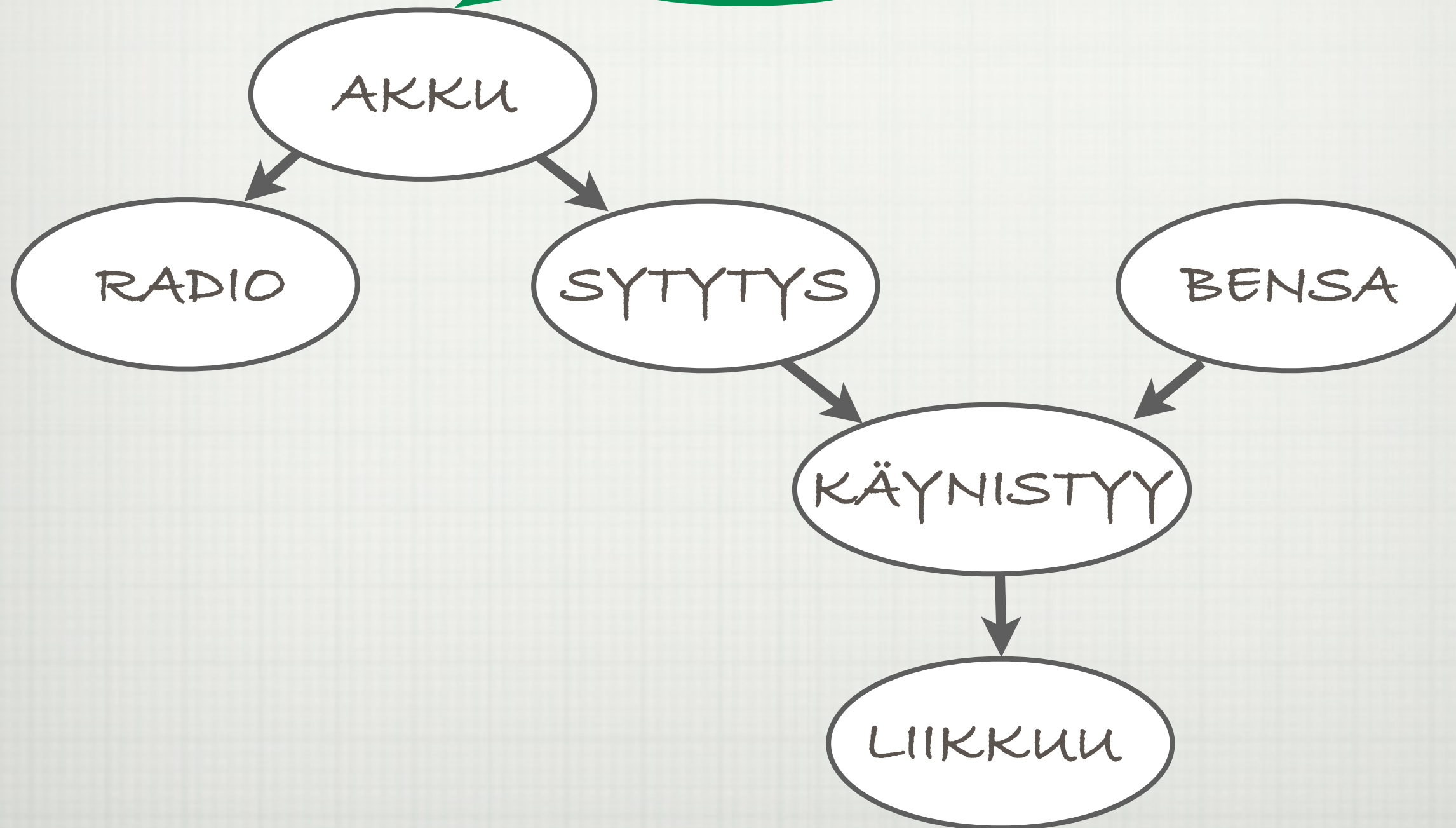
RADIO

SYTYTYYS

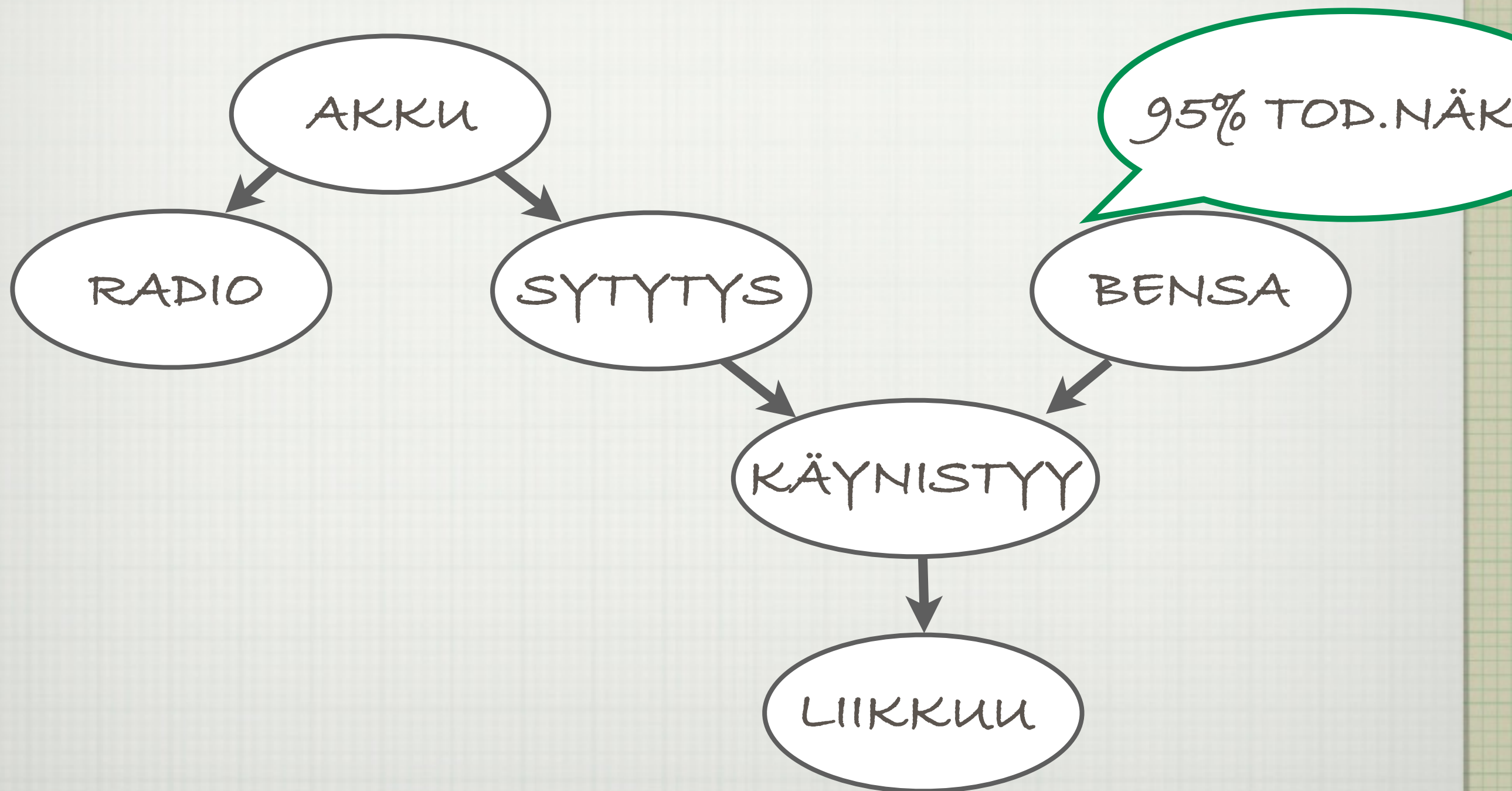
BENSA

KÄYNIISTYY

LIIKKUU



BAYES-VERKOT



BAYES-VERKOT

- * $P(\text{"AKUSSA VIRTAA"}) = 0.9$
- * $P(\text{"RADIO"} \mid \text{"AKUSSA VIRTAA"}) = 0.9$
 $P(\text{"RADIO"} \mid \neg \text{"AKUSSA VIRTAA"}) = 0$
- * $P(\text{"SYTYTYYS"} \mid \text{"AKUSSA VIRTAA"}) = 0.95$
 $P(\text{"SYTYTYYS"} \mid \neg \text{"AKUSSA VIRTAA"}) = 0$
- * $P(\text{"BENSAA"}) = 0.95$
- * $P(\text{"KÄYNNISTYY"} \mid \text{"SYTYTYYS"} \text{ JA } \text{"BENSAA"}) = 0.99$
 $P(\text{"KÄYNNISTYY"} \mid \neg \text{"S"} \text{ TAI } \neg \text{"B"}) = 0$
- * $P(\text{"LIIKKUU"} \mid \text{"KÄYNNISTYY"}) = 0.99$
 $P(\text{"LIIKKUU"} \mid \neg \text{"KÄYNNISTYY"}) = 0$

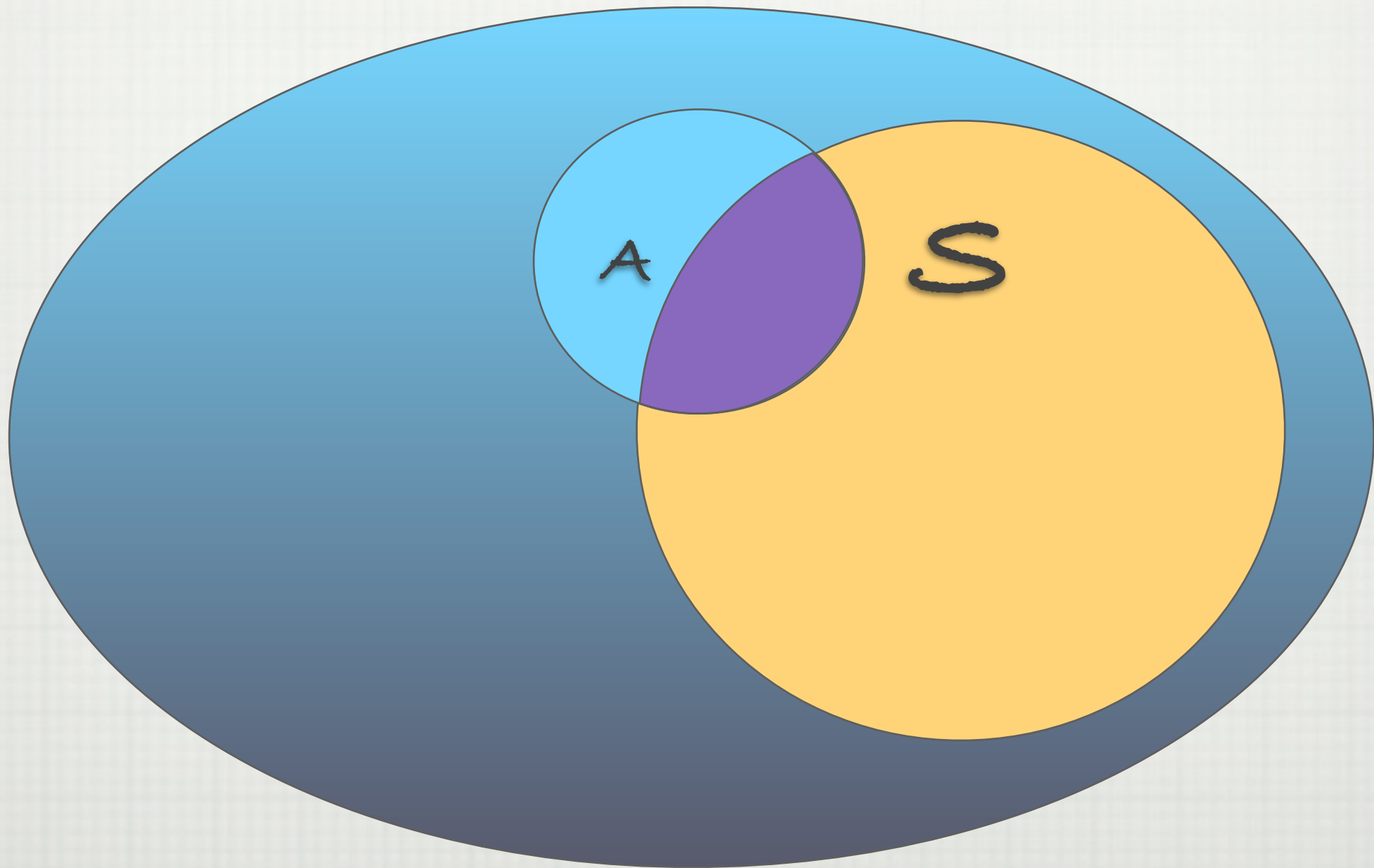
SATUNNAISAPPROKSIMAATIO

SATUNNAISOTANTAAN PERUSTUVA ("MONTE CARLO-")
APPROKSIMAATIO:

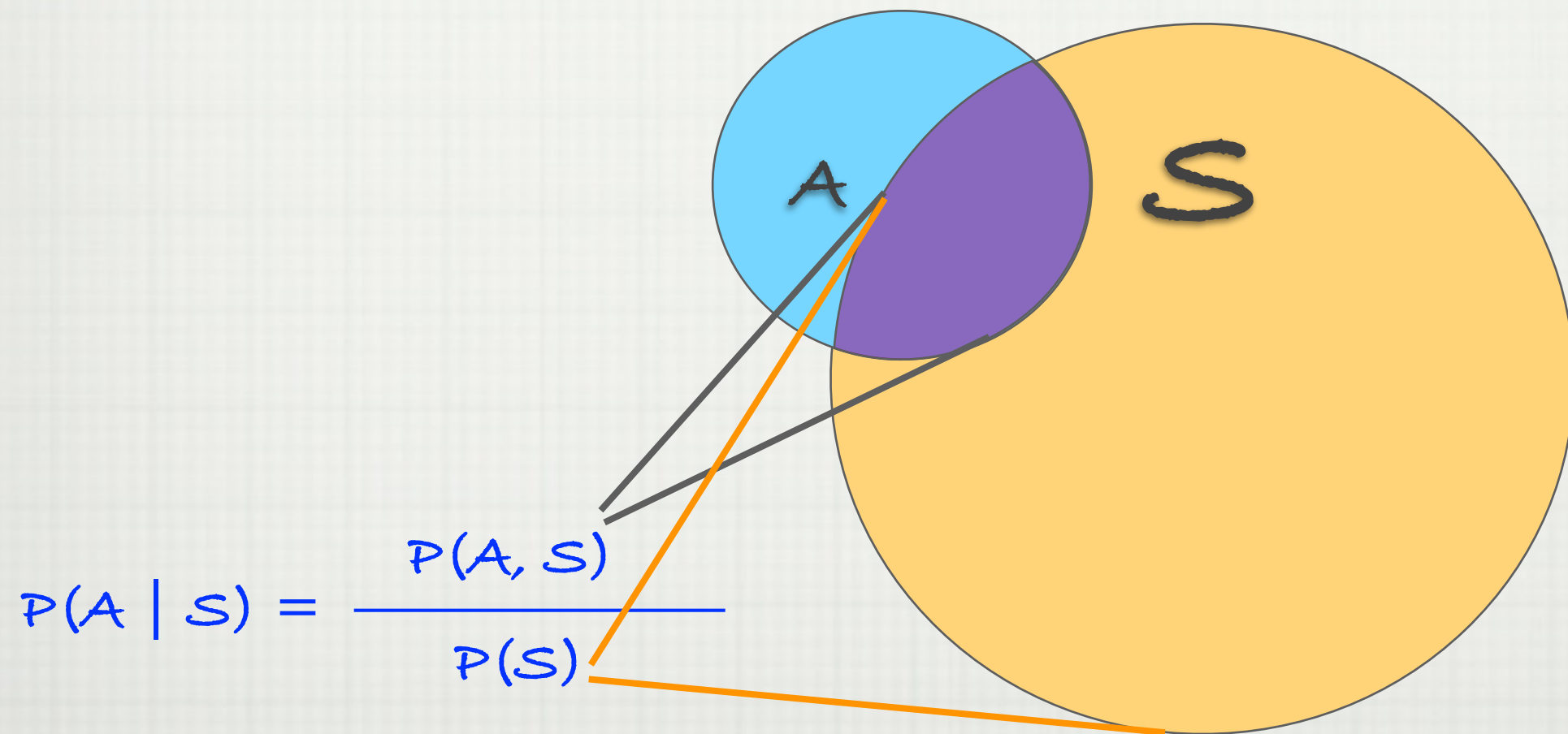
$$P(S) \approx \frac{\text{"KUINKA MONESSA S"}}{N}$$

$$P(A \mid S) \approx \frac{\text{"KUINKA MONESSA AJA S"}}{\text{"KUINKA MONESSA S"}}$$

SATUNNAISAPPROKSIMAATIO



SATUNNAISAPPROKSIMAATIO



BAYES-VERKOT

* $P(\text{"AKKU"} \mid \neg \text{"KÄYNNISTYY"}, \text{"RADIO"}, \text{"BENSAA"}) = ?$

* "KÄPISTELIJÄN" LÄHESTYMISTAPA:

1. GENEROI MILJOONA TAPAUSTA.
2. VALITSE TAPAUKSET, JOISSA AUTO EI KÄYNNISTY, RADIO SOIJA BENSAA ON.
3. KATSO KUINKA SUURESSA OSASSA AKUSSA ON VIRTAA.

SATUNNAISAPPROKSIMAATIO

SATUNNAISOTANTAAN PERUSTUVA APPROKSIMAATIO:

$$P(S) \approx \frac{\text{"KUINKA MONESSA S"}}{N}$$

$$P(A \mid S) \approx \frac{\text{"KUINKA MONESSA AJA S"}}{\text{"KUINKA MONESSA S"}}$$

KUN $N \rightarrow \infty$, APPROKSIMAATIO SUPPENEET KOHTI OIKEAA ARVOA.

BAYES-VERKOT

GENEROI-MONIKKOJA(N, Malli):

for i = 1 to N:

for X in Malli.Muuttujat:

X = SATUNNAISLUKU(X.Jakauma(VANHEMMAT(X)))

print X

print '\n'

EHDOLLINEN JAKAUMA



BAYES-VERKOT

GENEROI-MONIKKOJA(N, Malli):

for i = 1 to N:

for X in Malli.Muuttujat:

X = SATUNNAISLUKU(X.Jakauma(VANHEMMAT(X)))

print X

print '\n'



SOLMUT, JOISTA
NUOLI X:ÄÄN

BAYES-VERKOT

GENEROI-MONIKKOJA(N, Malli):

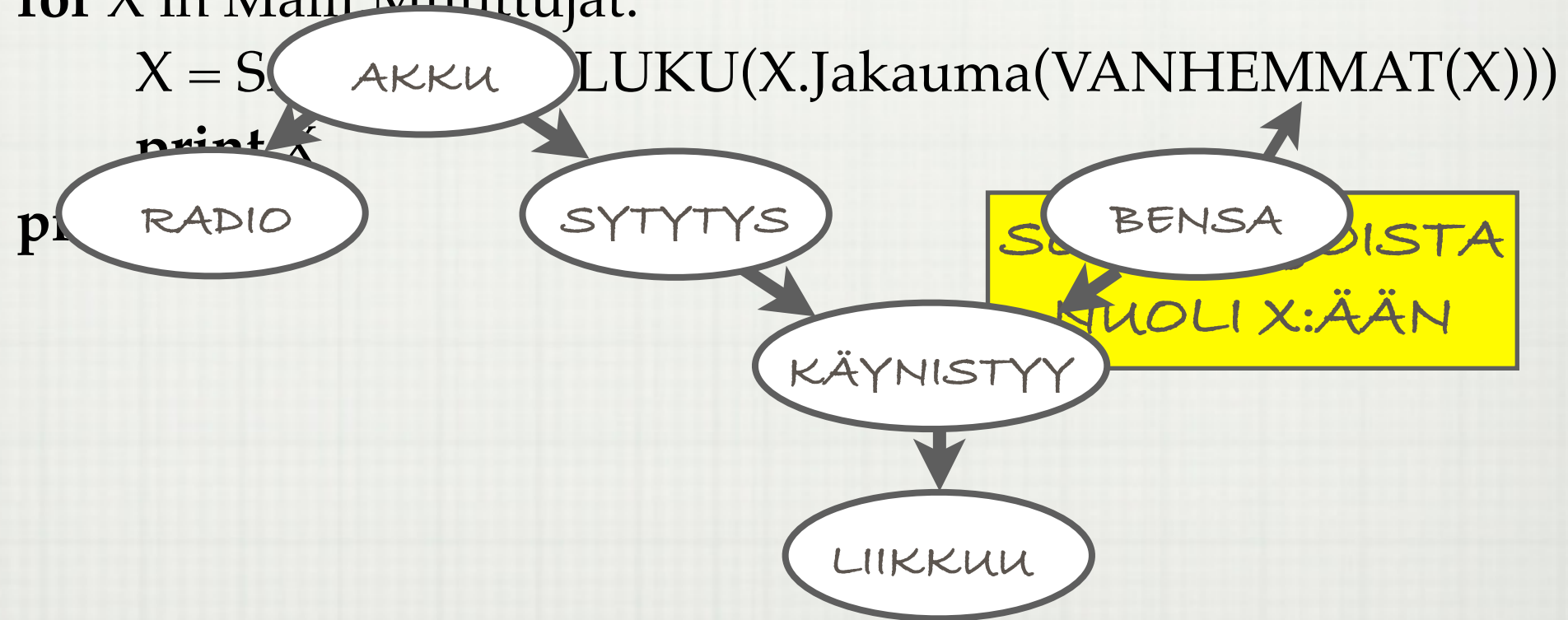
for i = 1 to N:

for X in Malli Muuttujat:

X = S LUKU(X.Jakauma(VANHEMMAT(X)))

print X

print



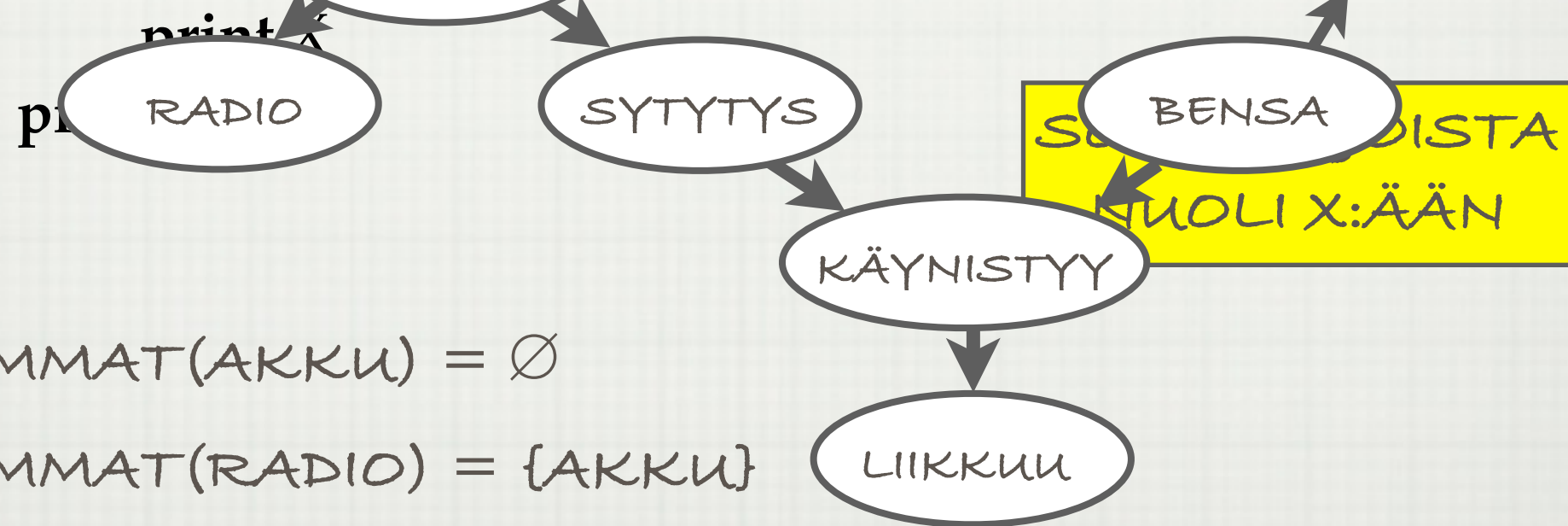
BAYES-VERKOT

GENEROI-MONIKKOJA(N, Malli):

for i = 1 to N:

for X in Malli Muuttujat:

X = S LUKU(X.Jakauma(VANHEMMAT(X)))



$VANHEMMAT(AKKU) = \emptyset$

$VANHEMMAT(RADIO) = \{AKKU\}$

$VANHEMMAT(SYTYTYS) = \{AKKU\}$

$VANHEMMAT(KÄYNNISTYY) = \{SYTYTYS, BENSAN\}$

BAYES-VERKOT

GENEROI-MONIKKOJA(N, Malli):

for i = 1 to N:

for X in Malli.Muuttujat:

X = SATUNNAISLUKU(X.Jakauma(VANHEMMAT(X)))

print X

print '\n'

X = AKKU: X.JAKAUMA(\emptyset) = (0.1, 0.9)

X = RADIO: X.JAKAUMA({AKKU}) = (1.0, 0.0) JOS AKKU = 0
(0.1, 0.9) JOS AKKU = 1

X = K: X.JAKAUMA({S, B}) = (1.0, 0.0) JOS S=0, B=0
(1.0, 0.0) JOS S=0, B=1
(1.0, 0.0) JOS S=1, B=0
(0.01, 0.99) JOS S=1, B=1

BAYES-VERKOT

* $P(\text{"AKKU"} \mid \neg \text{"KÄYNNISTYY"}, \text{"RADIO"}, \text{"BENSAA"}) = ?$

* EKSAKTI LÄHESTYMISTAPA:

$$P(A \mid \neg K, R, B) = \frac{P(A, \neg K, R, B)}{P(\neg K, R, B)}$$

$$\begin{aligned} P(A, \neg K, R, B) &= P(A, R, S, B, \neg K, L) & \omega_2 \\ &+ P(A, R, S, B, \neg K, \neg L) & \omega_3 \\ &+ P(A, R, \neg S, B, \neg K, L) & \omega_{10} \\ &+ P(A, R, \neg S, B, \neg K, \neg L) & \omega_{11} \end{aligned}$$

* TAAS SUMMA ALKEISTAPAHTUMIEN TOD.NÄK.!

BAYES-VERKOT

* $P(\text{"AKKU"} \mid \neg \text{"KÄYNNISTYY"}, \text{"RADIO"}, \text{"BENSAA"}) = ?$

* EKSAKTI LÄHESTYMISTAPA:

* TARVITTAVAT SUMMAT SAADAAN HELPOSTI BAYES-VERKOSTA, ESIM.

$$\begin{aligned} P(A, R, S, B, \neg K, L) \\ = P(A) P(R|A) P(S|A) P(B) P(\neg K|S, B) P(L|\neg K) \end{aligned}$$

ELI TULO, JONKA TEKIJÖINÄ $P(\text{MUUTTUJA} \mid \text{VANHEMMAT})$.

* KAIKKI TEKIJÄT ON MÄÄRITELTY ALUSSA.

* EI KÄYDÄ LÄPI TARKEMMIN TÄLLÄ KURSSILLA